牛顿法

Dezeming Family

2022 年 1 月 1 日

DezemingFamily 系列书和小册子因为是电子书，所以可以很方便地进行修改和重新发布。如果您获得了 DezemingFamily 的系列书，可以从我们的网站 [https://dezeming.top/] 找到最新版。对书的内容建议和出现的错误欢迎在网站留言。

目录

一 牛顿法 1

二 牛顿法失效 2

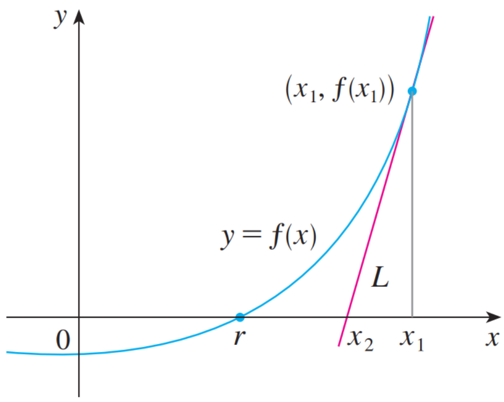
三 总结 2

参考文献 2

一 牛顿法

大家既然看到“牛顿法”在“一元函数微积分学”，也就是说我们本文只会讲解一元函数下的牛顿法求解，在“数学分析”专栏里才会介绍更一般意义上的牛顿法与拟牛顿法。当然，如果对牛顿法并没有那么感兴趣，并不需要了解多元函数牛顿法，因为有更多其他有用的算法，例如梯度下降、模拟退火算法。

以 [1] 中的例子为例，求解某个方程 $f(x)=0$，我们可以先大致画出函数图，然后粗略的找到第一个近似点 x_1，然后求其切线，切线与 x 轴相交于一点 x_2。



找 x_2 的公式是：

$$y-f(x_1)=f'(x_1)(x-x_1) \tag{一.1}$$

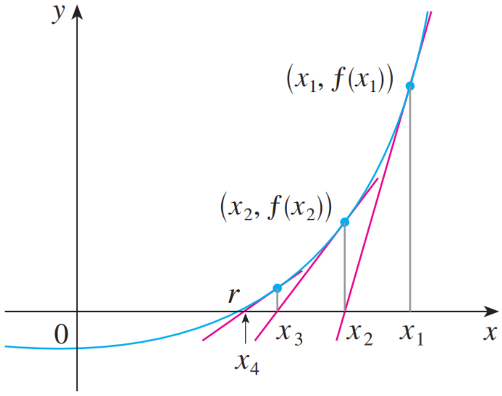
$$y=0 \Longrightarrow 0-f(x_1)=f'(x_1)(x_2-x_1) \tag{一.2}$$

$$x_2=x_1-\frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \tag{一.3}$$

然后我们继续使用牛顿法：

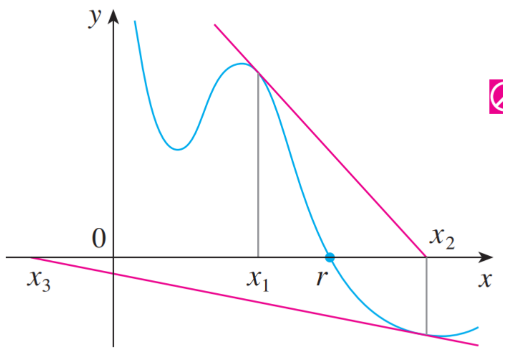
$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{一.4}$$

这样最终就能得到目标点：



二　牛顿法失效

牛顿法在有些情况下可能会失效，尤其是在选定的某个位置切线斜率比较低，近似于与 x 轴平行，这样切线就会与特别远的地方相交，从而绕开目标点：



此时牛顿法在迭代中就会不断震荡。

参考文献

[1] James Stewart. Calculus, Eighth Edition. 2016.